

## 2.1.1 实数的大小

### 【教学目标】

1. 理解并掌握实数大小的基本性质，并初步学习用作差比较法来比较两个实数或代数式的大小.
2. 体会从实际问题中抽象出数学概念和数学知识的过程.
3. 养成勤于分析、善于思考的优秀品质，提升数学运算的核心素养.

### 【教学重点】

实数大小的基本性质，作差比较法.

### 【教学难点】

用作差比较法比较两个代数式的大小.

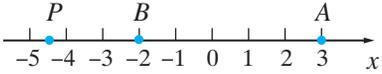
### 【教学方法】

本节课主要采用讲练结合法. 通过 2020 年与 2015 年我国男性和女性平均身高的对比，引入不等式问题，并且从关注数字的大小入手，引导学生学习用作差比较法来比较两个实数、代数式的大小. 借助例题和练习题，引导学生边学边练，及时巩固，逐步掌握作差比较法.

### 【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图									
导入	<p>根据《中国居民营养与慢性病状况报告（2020 年）》，我国 18~44 岁男性和女性的平均身高数据列表如下：</p> <table border="1"><thead><tr><th>年份</th><th>男性平均身高/cm</th><th>女性平均身高/cm</th></tr></thead><tbody><tr><td>2015</td><td>168.5</td><td>157.2</td></tr><tr><td>2020</td><td>169.7</td><td>158</td></tr></tbody></table>	年份	男性平均身高/cm	女性平均身高/cm	2015	168.5	157.2	2020	169.7	158	教师出示问题情境.	从问题情境出发进行新知的学习，有助于调动学生学习的积极性.
年份	男性平均身高/cm	女性平均身高/cm										
2015	168.5	157.2										
2020	169.7	158										

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	<p>(1) 2020 年男性平均身高比女性平均身高多多少厘米?</p> <p>(2) 2020 年与 2015 年相比, 女性平均身高增长了多少厘米?</p>	<p>学生回答问题.</p>	
新课	<p>借助课件的动画, 研究实数与数轴上的点的对应关系.</p>  <p>观察: 点 <math>P</math> 从左向右移动的过程, 对应实数大小的变化.</p> <p>结论:</p> <p>数轴上的任意两点中, 右边的点对应的实数比左边的点对应的实数大.</p> $a > b \Leftrightarrow a - b > 0;$ $a = b \Leftrightarrow a - b = 0;$ $a < b \Leftrightarrow a - b < 0.$ <p>不等式的意义:</p> <p>我们用数学符号 “<math>\neq</math>” “<math>&gt;</math>” “<math>&lt;</math>” “<math>\geq</math>” “<math>\leq</math>” 连接两个数或代数式, 以表示它们之间的不等关系, 含有这些不等号的式子称为不等式.</p> <p><b>练习 1</b> 在数学表达式:</p> <p>① <math>-5 &lt; 1</math>;      ② <math>2x + 4 &gt; 0</math>;</p> <p>③ <math>x^2 + 1</math>;      ④ <math>x = 6</math>;</p> <p>⑤ <math>y \neq 4</math>;      ⑥ <math>a - 2 \geq a</math></p> <p>中, 不等式的个数是 ( ).</p> <p>(A) 2    (B) 3    (C) 4    (D) 5</p> <p><b>练习 2</b> 把下列语句用不等式表示:</p>	<p>教师提问: 实数与数轴上的点的关系是怎样的? 点 <math>A</math> 对应的实数与点 <math>B</math> 对应的实数各是多少? 哪个大?</p> <p>学生回答: 实数与数轴上的点是一一对应的. 点 <math>A</math> 表示实数 3, 点 <math>B</math> 表示实数 <math>-2</math>, 点 <math>A</math> 在点 <math>B</math> 右边, <math>3 &gt; -2</math>.</p> <p>个别学生口答, 其他学生点评. 遇到问题, 小组讨论.</p>	<p>通过动画演示, 提高学生学习的兴趣, 活跃学生的思维.</p> <p>在初中知识的基础上加深对不等式的认识.</p>

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	<p>(1) <math>y</math> 是负数；</p> <p>(2) <math>x^2</math> 是非负数；</p> <p>(3) 设 <math>a</math> 为三角形的一条边长，<math>a</math> 是正数；</p> <p>(4) <math>b</math> 为非正数.</p> <p><b>例 1</b> 比较下列各组中两个实数的大小：</p> <p>(1) <math>-3</math> 和 <math>-4</math>； (2) <math>\frac{6}{7}</math> 和 <math>\frac{5}{6}</math>；</p> <p>(3) <math>-\frac{7}{11}</math> 和 <math>-\frac{10}{17}</math>；</p> <p>(4) <math>12.3</math> 和 <math>12\frac{1}{3}</math>.</p> <p><b>解</b> (1) 因为 <math>(-3) - (-4) = -3 + 4 = 1 &gt; 0</math>，所以 <math>-3 &gt; -4</math>；</p> <p>(2) 因为 <math>\frac{6}{7} - \frac{5}{6} = \frac{36}{42} - \frac{35}{42} = \frac{1}{42} &gt; 0</math>，所以 <math>\frac{6}{7} &gt; \frac{5}{6}</math>；</p> <p>(3) 因为 <math>-\frac{7}{11} - \left(-\frac{10}{17}\right) = -\frac{7}{11} + \frac{10}{17} = -\frac{9}{187} &lt; 0</math>，所以 <math>-\frac{7}{11} &lt; -\frac{10}{17}</math>；</p> <p>(4) 因为 <math>12.3 - 12\frac{1}{3} = 12\frac{3}{10} - 12\frac{1}{3} = \frac{3}{10} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{30} &lt; 0</math>，所以 <math>12.3 &lt; 12\frac{1}{3}</math>.</p>	<p>教师引导学生作答. 完成 (1) (2).</p> <p>学生独立完成 (3) (4).</p>	<p>引导学生 在解答题 中学习通 过作差比 较两个数 大小的方 法.</p>

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	<p><b>例 2</b> 对任意实数 <math>x</math>, 比较 <math>(x+1)(x+2)</math> 与 <math>(x-3)(x+6)</math> 的大小.</p> <p><b>解</b> 因为</p> $(x+1)(x+2)-(x-3)(x+6)$ $=(x^2+3x+2)-(x^2+3x-18)$ $=20>0.$ <p>所以对任意实数 <math>x</math>, 有</p> $(x+1)(x+2)>(x-3)(x+6).$ <p><b>练习 3</b> (1) 比较 <math>(a+3)(a-5)</math> 与 <math>(a+2)(a-4)</math> 的大小;</p> <p>(2) 比较 <math>(x+5)(x+7)</math> 与 <math>(x+6)^2</math> 的大小.</p> <p><b>例 3</b> 比较 <math>(x^2+1)^2</math> 与 <math>x^4+x^2+1</math> 的大小.</p> <p><b>解</b> 因为</p> $(x^2+1)^2-(x^4+x^2+1)$ $=(x^4+2x^2+1)-x^4-x^2-1$ $=x^2,$ <p>又对任意实数 <math>x</math>, 都有 <math>x^2\geq 0</math>, 所以 <math>(x^2+1)^2\geq x^4+x^2+1</math>, 当且仅当 <math>x=0</math> 时, 等号成立.</p> <p><b>练习 4</b> (1) 比较 <math>2x^2+3x+4</math> 和 <math>x^2+3x+3</math> 的大小;</p> <p>(2) 比较 <math>(x+1)^2</math> 和 <math>2x+1</math> 的大小.</p>	<p>学生仿照例题进行练习, 教师巡视指导.</p> <p>教师引导学生复习 <math>(a+b)^2</math> 的展开式.</p> <p>学生仿照例题完成练习, 教师巡视指导.</p>	<p>初步学习用作差比较法来判断两个代数式的大小.</p> <p>巩固 <math>(a+b)^2</math> 展开式的应用.</p> <p>进一步巩固两式大小的比较.</p>

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
小结	通过作差比较两数（式子）大小的步骤：作差→变形→定号（与0比较大小）→给出结论.		
作业	必做题：本节练习 A 组第 3 题. 选做题：本节练习 B 组第 2（2）（5）（6）题.	学生课后完成.	巩固所学知识.