

2.2.3 一元二次不等式的解法（二）

【教学目标】

1. 进一步掌握一元二次不等式的解法，体会一元二次方程与一元二次不等式的关系.
2. 体会数形结合、转化、分类讨论等数学思想方法，提高逻辑思维能力，发展数学运算的核心素养.
3. 提高学习数学的兴趣，体会事物之间普遍联系的辩证思想.

【教学重点】

一元二次不等式的解法.

【教学难点】

根据一元二次方程的解的情况写出相应的一元二次不等式的解集.

【教学方法】

本节课主要采用启发式教学法. 某些一元二次不等式可转化为一次不等式组求解. 另外，对于一些特殊的一元二次不等式，要根据具体情况灵活解题. 为此本节课首先回顾完全平方公式，复习初中学习的配方法，接着用例题介绍用配方法解一元二次不等式的步骤，最后给出解一元二次不等式的一般步骤.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	<p>1. $(a+b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$; $(a-b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.</p> <p>2. 把下面的二次三项式写成 $a(x+m)^2+n$ 的形式: (1) x^2+2x+4; (2) x^2-2x+1.</p> <p>3. 解下列一元二次不等式: (1) $x^2+8x+15>0$; (2) $-x^2-3x+4>0$; (3) $2x^2-3x-2>0$.</p>	<p>学生通过练习，复习配方法和上节课学过的一元二次不等式的解法.</p> <p>教师巡视指导.</p>	<p>复习初中学习的完全平方公式和配方法，巩固上一节的内容，从而为本节课的教学打基础.</p>

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	<p>例 1 解下列一元二次不等式：</p> <p>(1) $x^2 - 4x + 4 > 0$;</p> <p>(2) $x^2 - 4x + 4 < 0$.</p> <p>解 (1) 由于 $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 \geq 0$，所以原不等式的解集为 $\{x \mid x \neq 2\}$;</p> <p>(2) 由 (1) 可知，没有一个实数 x 使得不等式 $(x - 2)^2 < 0$ 成立，所以原不等式的解集为 \emptyset.</p> <p>例 2 解下列一元二次不等式：</p> <p>(1) $x^2 - 2x + 3 > 0$;</p> <p>(2) $x^2 - 2x + 3 < 0$.</p> <p>解 (1) 对于任意一个实数 x，都有 $x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2 > 0$，即不等式对任意实数都成立，所以原不等式的解集为 \mathbf{R}.</p> <p>(2) 对于任意一个实数 x，不等式 $(x - 1)^2 + 2 < 0$ 都不成立，所以原不等式的解集为 \emptyset.</p> <p>练习 1 解下列一元二次不等式：</p> <p>(1) $x^2 - 2x + 3 \leq 0$;</p> <p>(2) $x^2 + 4x + 5 > 0$;</p> <p>(3) $x^2 - 2x + 1 > 0$.</p> <p>解一元二次不等式的步骤：</p> <p>S1 求出方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 的值.</p>	<p>学生在教师的引导下，运用初中所学的配方法，对不等式的左边进行配方，通过分析求出一元二次不等式的解集.</p> <p>学生根据教师提示，完成例 1(2).</p> <p>学生根据教师提示，完成例 2(2).</p> <p>学生仿照例题求出练习 1 中一元二次不等式的解集.</p>	<p>学生根据已有的知识，探索 $\Delta = 0$ 时一元二次不等式的解法.</p> <p>探索 $\Delta < 0$ 时一元二次不等式的解法.</p> <p>总结各类情况下解一元二次不等式的步骤，培养学生</p>

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	<p>S2 (1) $\Delta > 0$, 则一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a > 0)$ 有两个不等的根 x_1, x_2 (设 $x_1 < x_2$), 则</p> $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$ <p>不等式 $a(x - x_1)(x - x_2) > 0$ 的解集是</p> $(-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty);$ <p>不等式 $a(x - x_1)(x - x_2) < 0$ 的解集是</p> $(x_1, x_2).$ <p>(2) $\Delta = 0$, $ax^2 + bx + c$ 通过配方得</p> $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2.$ <p>由此可知, $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是</p> $\left(-\infty, -\frac{b}{2a}\right) \cup \left(-\frac{b}{2a}, +\infty\right);$ <p>$ax^2 + bx + c < 0$ 的解集是 \emptyset.</p> <p>(3) $\Delta < 0$, $ax^2 + bx + c$ 通过配方得</p> $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} \left(\frac{4ac - b^2}{4a} > 0\right).$ <p>由此可知, $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是 \mathbf{R}; $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集是 \emptyset.</p> <p>练习 2 解下列不等式:</p> <p>(1) $4x^2 + 4x - 3 < 0$;</p> <p>(2) $3x \geq 5 - 2x^2$;</p> <p>(3) $9x^2 - 5x - 4 \leq 0$;</p> <p>(4) $x^2 - 4x + 5 > 0$.</p>	<p>教师强调对于 $a < 0$ 的情况, 通过在已知不等式两端同乘以 -1, 化为 $a > 0$ 的情况求解.</p> <p>学生独立完成练习 2.</p>	<p>分类讨论的思想.</p> <p>培养学生转化的思想.</p> <p>通过练习使学生进一步掌握一元二次不等式的解法.</p>

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
小结	解一元二次不等式的步骤.	师生共同回顾, 教师提示: 我们将会在后面学习通过二次函数图象求解一元二次不等式的方法, 了解二次函数与一元二次不等式的关系.	总结本节内容, 同时为后续相关内容做铺垫.
作业	必做题: 本节练习 A 组第 3 题. 选做题: 本节练习 B 组题目.	学生课后完成.	巩固本节内容.