

第三章学业质量水平测试

一、选择题（每题 5 分，共 50 分）

1. 函数 $y=kx+5$ 在 \mathbf{R} 上是增函数，则（ ）.
A. $k > 0$ B. $k = 0$ C. $k < 0$ D. $k = 1$
2. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象关于 y 轴对称，则下列各式一定成立的是（ ）.
A. $a+b+c=0$ B. $b^2-4ac=0$ C. $b=0$ D. $c=0$
3. 若 $f(x)=4-3x$ ，则 $f(-1)$ 的值是（ ）.
A. 1 B. 7 C. 4 D. -3
4. 设函数 $f(x)=ax^5+bx^3+cx+1$ ， $f(\pi)=3$ ，则 $f(-\pi)$ 为（ ）.
A. -1 B. -3 C. $3+\pi$ D. $3-\pi$
5. 如果奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3, 7]$ 上是增函数且最小值为 5，那么在区间 $[-7, -3]$ 上 $f(x)$ 是（ ）.
A. 增函数且最小值为 -5 B. 增函数且最大值为 -5
C. 减函数且最小值为 -5 D. 减函数且最大值为 -5
6. 函数 $y=\sqrt{x+1}+\frac{x}{x-1}$ 的定义域是（ ）.
A. $(-1, +\infty)$ B. $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$
C. $[-1, +\infty)$ D. $[-1, 1) \cup (1, +\infty)$
7. 函数 $y=x^4+\frac{1}{x^2}$ 是（ ）.
A. 偶函数 B. 奇函数
C. 既不是奇函数也不是偶函数 D. 既是奇函数也是偶函数
8. 二次函数 $y=-2x^2+4x-5$ 的顶点坐标为（ ）.
A. $(1, -3)$ B. $(-1, -3)$
C. $(1, -11)$ D. $(-1, -11)$
9. “ $c=0$ ” 是“二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象过原点”的（ ）.
A. 充分条件 B. 必要条件
C. 充要条件 D. 既非充分也非必要条件

10. 二次函数 $y = -x^2 + ax + c$ 的对称轴方程为 $x = 1$, 则下列命题正确的是 () .

- A. $f(1) > f(3) > f(-3)$ B. $f(3) > f(1) > f(-3)$
C. $f(1) > f(-3) > f(3)$ D. $f(3) > f(-3) > f(1)$

二、填空题 (每题 4 分, 共 20 分)

11. 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 6}$ 的定义域是 _____.

12. 函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 6$ 的单调递减区间是 _____.

13. 函数 $f(x)$ 是奇函数, 且 $f(-1) = 2$, 则 $f(1) =$ _____.

14. 函数 $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ 的顶点坐标为 _____, 对称轴方程为 _____.

15. 已知 $f(1) = 3$, $f(n+1) = 2f(n) + n$, $n \in \mathbb{N}_+$, 则 $f(3) =$ _____.

三、解答题 (每题 6 分, 共 30 分)

16. 已知 $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$, 求 $f(3)$, $f\left(\frac{1}{x}\right)$.

17. 已知二次函数 $y = f(x)$ 满足条件 $f(0) = 0$, $f(1) = -2$, $f(-1) = 4$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
(2) 求函数 $f(x)$ 图象的顶点坐标、对称轴.

18. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 2x-5, & x \geq 0, \\ x^2+2x, & x < 0. \end{cases}$

(1) 求 $f[f(1)]$ 的值；

(2) 若 $f(|a-1|) < 3$, 求实数 a 的取值范围.

19. 已知函数 $y = x^2 + bx + c$, 当 $x = -4$ 时, 有最小值; 当 $x = 2$ 时, $y = 5$, 求 b, c 的值.

20. 把数 40 分成两个数, 使它们的平方和最小, 应该怎样分? 并求出最小值.

学业质量水平测试答案

一、1. A 2. C 3. B 4. A 5. B 6. D 7. A 8. A 9. C 10. A

二、11. $(-\infty, -2] \cup [3, +\infty)$ 12. $(-\infty, -4]$ 13. -2

14. $\left(-\frac{3}{4}, -\frac{49}{8}\right); x = -\frac{3}{4}$ 15. 16

三、16. $f(3) = \frac{5}{4}$, $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$.

17. (1) $f(x) = x^2 - 3x$; (2) 顶点坐标为 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right)$, 对称轴为直线 $x = \frac{3}{2}$.

18. (1) $f[f(1)] = f(-3) = 3$.

(2) 因为 $|a-1| \geq 0$, 所以 $f(|a-1|) < 3$ 可化为 $2|a-1| - 5 < 3$, 即 $|a-1| < 4$. 解得 $-3 < a < 5$. 于是实数 a 的取值范围为 $(-3, 5)$.

19. $b = 8$, $c = -15$.

20. 当两个数分别为 20 时, 两个数的平方和最小, 为 800.