5.3.1 正弦函数的图象和性质

【教学目标】

1. 理解正弦函数的图象和性质，会用“五点法”画出正弦函数的简图；
2. 进一步熟悉利用数形结合研究函数的方法，提升逻辑推理的核心素养.

【教学重点】

正弦函数的图象和性质.

【教学难点】

用正弦线画正弦曲线，正弦函数的周期性.

【教学方法】

本节课主要采用观察分析与讲练结合的教学方法. 教师引导学生利用单位圆中的正弦线，较精确地画出正弦函数在 $[0,2\pi]$ 上的图象，然后让学生观察图象，得到作正弦曲线作图的“五点法”. 通过练习，使学生熟练运用“五点法”作图，再从正弦线、诱导公式、函数图象等方面来引导学生归纳正弦函数的性质. 通过例题，进一步渗透利用数形结合研究函数的方法.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	复习单位圆与正弦线.	教师要求学生在平面直角坐标系中作出单位圆，并分组分别作出 $\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{3}$，$\frac{\pi}{2}$ 的正弦线. 学生小组交流.	复习正弦线，为引出用正弦线作正弦函数的图象做准备.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	利用正弦线来作出正弦函数 $y=\sin x$，$x\in\mathbf{R}$ 的图象. **1. 正弦函数的图象** 第一步：平分单位圆. 在平面直角坐标系的 x 轴上任取一点 O_1，以 O_1 为圆心作单位圆，从这个圆与 x 轴的交点 A 起把圆分成 12 等份. 第二步：作出各角的正弦线. 过圆上的各分点作 x 轴的垂线，可以得到对应于角 0，$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{3}$，$\frac{\pi}{2}$，…，2π 的正弦线. 第三步：平分坐标轴. 我们把 x 轴上从 0 到 2π 这一段分成 12 等份，标上横坐标 0，$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{3}$，$\frac{\pi}{2}$，…，2π. 第四步：平移正弦线. 把角 x 的正弦线向右平移，使正弦线的起点与 x 轴上相应的点 x 重合，则正弦线的终点就是正弦函数图象上的点. 第五步：连线. 用光滑曲线把这些正弦线的终点连接起来，就可得到正弦函数 $y=\sin x$，$x\in[0,2\pi]$ 的图象. 第六步：平移. 我们把 $y=\sin x$，$x\in[0,2\pi]$的图象沿 x 轴平移 $\pm2\pi$，$\pm4\pi$，…，就可得到 $y=\sin x$，$x\in\mathbf{R}$ 的图象.	教师提示：将圆等分的份数越多，图象越精确. 因为 $\sin(\alpha+k\cdot2\pi)=\sin\alpha$（$k\in\mathbf{Z}$），所以正弦函数 $y=\sin x$ 在 $x\in[-2\pi,0]$，$[2\pi,4\pi]$，$[4\pi,6\pi]$，…时的图象与 $x\in[0,2\pi]$ 时的形状完全一样，只是位置不同. 教师引导：观察 $y=\sin x$，$x\in[0,2\pi]$ 的图象，最高点是哪个？最低点是哪个？图象与 x 轴有几个交点？分别是什么？	用正弦线画图的方法比较复杂，所以将它分为五个小步骤，引导学生明确作图的方法. 在教师的引导下，让学生自己观察出图象的最高点、最低点、

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	从图象可以看出，$(0, 0)$，$\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$，$(\pi, 0)$，$\left(\frac{3\pi}{2}, -1\right)$，$(2\pi, 0)$ 这五个点在确定图象形状时起关键的作用.	学生小组讨论. 教师提问：当 $x\in[0, 2\pi]$ 时，哪几个点对图象的形状起着关键作用？坐标分别是什么？ 学生观察、回答. 教师指出：在精确度要求不高的情况下，“五点法”是最常用的画正弦函数图象的方法.	与 x 轴的交点，便于学生记忆五个点的坐标，同时为下节课利用图象研究三角函数的性质打基础.
	例 1 作函数 $y=1+\sin x$，$x\in[0, 2\pi]$ 的简图. **解** 略. **练习 1** 本节练习 A 组第 4 题. **2. 正弦函数的性质** (1) 值域：$[-1, 1]$. 当 $y=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$ 时，$y=\sin x$ 取得最大值 1，即 $y_{\max}=1$；当 $y=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$ 时，$y=\sin x$ 取得最小值 -1，即 $y_{\min}=-1$.	教师对例 1 进行小结：函数 $y=1+\sin x$，$x\in[0, 2\pi]$ 的图象是由 $y=\sin x$，$x\in[0, 2\pi]$ 的图象向上平移一个单位长度得到的. 观察单位圆中的正弦线可知，各角的正弦线的长度都小于或等于单位圆的半径长 1，这表明正弦函数的值域是 $[-1, 1]$. 教师提问：你能通过观察正弦函数的图象得到这个性质吗？ 学生回答：因为正弦曲线分布在两条平行直线 $y=1$ 和 $y=-1$ 之间，所以正弦函数的值域是 $[-1, 1]$.	巩固“五点法”作图，并在教师引导下发现函数 $y=1+\sin x$ 与 $y=\sin x$ 图象间的关系，为例 2 求函数的最大值、最小值做准备.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	(2) 周期性 定义：一般地，对于函数 $y=f(x)$，如果存在一个不为 0 的常数 T，使得当 x 取定义域内的每一个值时，有 $f(x+T)=f(x)$ 都成立，则把函数 $f=f(x)$ 称为周期函数，这个不为 0 的常数 T，称为这个函数的周期. 对于一个周期函数来说，如果在所有周期中，存在着一个最小的正数，那么这个最小的正数称为最小正周期. 结论：正弦函数是一个周期函数，$2k\pi$ ($k\in\mathbf{Z}$，且 $k\neq 0$) 都是它的周期，2π 是其最小正周期.	教师引导学生从两方面理解正弦函数的周期性. 由公式 $\sin(x+k\cdot 2\pi)=\sin x(k\in\mathbf{Z})$ 可知：当自变量 x 的值每增加或减少 2π 的整数倍时，正弦函数的值重复出现. 由正弦曲线可知，当自变量 x 的值每增加或减少 2π 的整数倍时，正弦函数的图象重复出现.	培养学生"看图说话"的能力，即图形语言、文字语言与符号语言的转换能力，从而提升逻辑推理的核心素养.
	(3) 奇偶性 由公式 $\sin(-x)=-\sin x$ 可知，正弦函数是奇函数，图象关于坐标原点对称.	教师提问：如何判断正弦函数的奇偶性？ 教师提示：偶函数⇔对函数 $y=f(x)$ 定义域内的任意一个值 x，都有 $f(-x)=f(x)$. 奇函数⇔对函数 $y=f(x)$ 定义域内的任意一个值 x，都有 $f(-x)=-f(x)$.	根据函数奇偶性的判断方法，引导学生发现正弦函数是奇函数.
	(4) 单调性 正弦函数在闭区间 $\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$ ($k\in\mathbf{Z}$) 上是增函数；在闭区间 $\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{3\pi}{2}+2k\pi\right]$ ($k\in\mathbf{Z}$) 上是减函数.	教师引导学生观察单位圆中正弦线的变化，体会正弦函数的单调性. 教师提问：从正弦曲线上观察，正弦函数的单调性如何？	

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	**例 2**　求使函数 $y=2+\sin x$ 取最大值、最小值的 x 的集合，并求这个函数的最大值、最小值和周期. **练习 2**　本节练习 A 组第 1～2 题. **例 3**　不求值，比较下列各对正弦值的大小： （1）$\sin\left(-\frac{\pi}{18}\right)$与 $\sin\left(-\frac{\pi}{10}\right)$； （2）$\sin\frac{2\pi}{3}$与 $\sin\frac{3\pi}{4}$.	学生回答：正弦函数在 $\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ \frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）上，图象自左向右是上升的，在$\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ \frac{3\pi}{2}+2k\pi\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）上，图象自左向右是下降的. 教师引导学生结合正弦函数的图象讲解例 2 和例 3.	利用两个例题，使学生更好地理解函数性质的应用，进一步掌握数形结合的思想方法.
小结	1. 正弦函数的图象和性质. 2. “五点法”作图.	教师带领学生总结本节主要内容，并归纳典型例题及解题规律.	将所学知识条理化，便于学生理解、记忆.
作业	本节练习 A 组第 3 题、第 5 题，练习 B 组题目.	学生课后完成.	巩固所学知识.